

Chaque candidat doit, en début d'épreuve, porter son nom dans le coin de la copie qu'il cachera par collage après avoir été pointé. Il devra, en outre, porter son numéro de place sur chacune des copies, intercalaires ou pièces annexées.

L'exercice et le problème sont indépendants

1 EXERCICE (8/20)

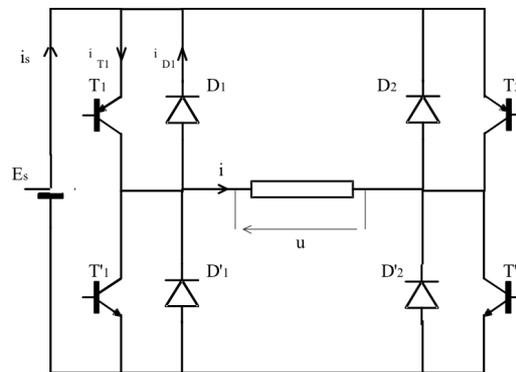


FIG. 1 – Schéma d'un onduleur monophasé en pont

On considère un onduleur monophasé en pont dont les diodes et les transistors sont considérés comme parfaits (figure 1). On se place en régime périodique établi à la période T , les commandes des transistors étant les suivantes :

- T_1 : bloqué de $T/2$ à T , commandé à la saturation pendant l'autre moitié de la période,
- T_1' : commande complémentaire par rapport à T_1 ,
- T_2 : même principe que T_1 , mais retardé de $\tau (< T/2)$,
- T_2' : commande complémentaire par rapport à T_2 .

1. Représenter graphiquement $u(t)$ et calculer sa valeur efficace.
2. Caractériser, sans le calculer précisément, l'allure du fondamental $u_f(t)$ de la tension $u(t)$. On précisera en particulier les passages à zéro par valeurs croissante et décroissante et la position des maxima et des minima.
3. le décalage temporel τ est réglé à la valeur $T/6$. Moyennant un filtrage adéquat, non représenté sur la figure, on peut obtenir le courant i parfaitement sinusoïdal, de valeur efficace I et en retard de phase de $\pi/6$ sur le fondamental u_f . Dans ces conditions, représenter graphiquement
 - a) le courant i et le fondamental u_f ,
 - b) les courants i_{T1} et i_{D1} ,
 - c) le courant de source i_S .

2 PROBLEME (12/20)

Un hacheur série H , commandé périodiquement à la fréquence $f = 1/T$, règle l'énergie électrique fournie à un moteur à courant continu muni d'une bobine de lissage. Le schéma équivalent et les notations sont donnés figure 2. La f.é.m. E du moteur est supposée inférieure à la tension de source V et on se place en régime périodique établi en notant αT la durée de conduction du hacheur dans chaque période. La diode D et le hacheur H sont supposés parfaits.

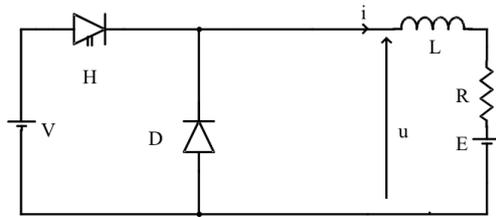


FIG. 2 – Hacheur série utilisé pour la commande d'un moteur à courant continu à aimants permanents.

2.1 Conduction continue

- 1. Représenter $u(t)$ dans l'hypothèse où le courant i ne s'annule jamais (conduction continue).
- 2. Quelle est alors la valeur moyenne U de $u(t)$?
- 3. Après avoir rappelé l'équation liant $u(t)$ à $i(t)$, déterminer l'expression de la valeur moyenne I de $i(t)$ en fonction de α , V et des éléments du schéma équivalent dans le cas de la conduction continue.

2.2 Limite de conduction continue

Lorsque le courant moyen I est faible, la conduction peut être discontinue, c'est à dire que le courant instantané i s'annule au cours de la période. On va étudier dans ce problème la limite de conduction continue, c'est à dire lorsque i atteint la valeur nulle exactement en fin de période [$i(0) = i(T) = 0$]. On rappelle que l'équation différentielle $Ri + L(di/dt) = V_0$, valable à partir d'un instant t_0 a pour solution lorsque V_0 est une tension constante :

$$i = \frac{V_0}{R} + \left[i(t_0) - \frac{V_0}{R} \right] \exp\left(-\frac{t-t_0}{\tau}\right) \text{ avec } \tau = L/R$$

- 1. Ecrire l'équation différentielle gouvernant $i(t)$ pendant la durée de conduction du hacheur. En déduire $i(t)$ dans cet intervalle de temps.
- 2. Exprimer $i(\alpha T)$.
- 3. Ecrire l'équation différentielle gouvernant $i(t)$ pendant la durée de conduction de la diode. En déduire $i(t)$ dans cet intervalle de temps, en fonction de E , R , τ , α , T et $i(\alpha T)$.
- 4. Montrer que la limite de conduction continue est atteinte pour

$$\alpha = \frac{\tau}{T} \cdot \ln \left[1 + \frac{E}{V} (\exp(T/\tau) - 1) \right]$$

Compte-tenu de la fréquence de hachage et de la constante de temps, le rapport T/τ est très petit.

- 5 En notant α_{lim} la valeur du paramètre α dans ces conditions, montrer que α_{lim} s'écrit :

$$\alpha_{lim} = \frac{E}{V} + \frac{T}{2\tau} \frac{E}{V} \left(1 - \frac{E}{V} \right)$$

Rappel : lorsque x est petit, les approximations suivantes peuvent être utilisées : $\ln(1+x) \simeq x - x^2/2$ et $\exp(x) = 1 + x + x^2/2$.

- 6. En utilisant le résultat de la question 2.1.3, en déduire l'expression I_0 du courant moyen au dessous duquel la conduction devient discontinue.
- 7. Tracer la courbe I_0 en fonction de E/V . Pour quelle valeur de E/V le maximum I_{0MAX} pour le courant I_0 est il atteint ?

2.3 Applications numériques

Le moteur à courant continu possède une excitation réalisée par des aimants permanents. Sa réaction magnétique d'induit est considérée négligeable. Les conditions de fonctionnement nominal sont : vitesse de rotation nominale 1500 tr/min, $E_n = 20$ V, courant nominal $I_n = 20$ A. Par ailleurs, on donne $R = 0,1 \Omega$, $L = 1$ mH, $f = 5$ kHz et $V = 24$ volts.

- 1. Calculer le courant moyen I_0 lorsque la vitesse de rotation du moteur est 1500 tr/min
- 2. Comparer I_0 à I_n . Qu'en déduisez vous sur la conduction au fonctionnement nominal ?
- 3. Déterminer la valeur de α permettant un fonctionnement nominal du moteur.
- 4. Calculer I_{0MAX} ainsi que la vitesse et la valeur de α pour lesquelles ce maximum est atteint.